

Марія Гаетана Аньєзі – видатна жінка-математик

С. Р. Молошна¹, О. Г. Білий²

¹Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут імені
Ігоря Сікорського”, м. Київ, Україна

²Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут імені
Ігоря Сікорського”, м. Київ, Україна,

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-1377-0066>

(¹National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”, Kyiv,
Ukraine

²National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”, Kyiv,
Ukraine)

Анотація

У статті розглянуто життєпис та творчу діяльність видатної жінки-математики, італійки, однієї з перших професорок математики. Прослідковано її життєвий шлях від раннього дитинства до самої смерті. Будучи дуже здібною до навчання з дитячих років, маючи підтримку заможних і впливових батьків, вона проявила неабиякі здібності у вивченні мов, мала значні успіхи в математиці та фізиці, вивчала геометрію, балістику, теологію та філософію. Подальші її наукові інтереси зосередилися на математиці та математичній освіті. Її основна праця, відома в світі як «Основи аналізу» обсягом понад 1000 сторінок, була опублікована італійською, швидко завоювала широке визнання і була перекладена французькою та англійською мовами. У цьому підручнику для італійської молоді вперше наведено аналітичне доведення того, що будь-яке кубічне рівняння в області комплексних чисел має рівно три корені. Тут же досліджено криву, яка згодом

отримала назву її імені "верзієра Аньєзі" на знак поваги до її заслуг. Наведено опис цієї кривої, отримано її рівняння та обговорено деякі властивості. Також проведено аналіз ряду узагальнених та споріднених кривих, пов'язаних з верзієрою, а також деякі застосування та цікаві факти. Звернуто увагу й на діяльність Марії в сфері математичної освіти та благодійності.

Ключові слова: Марія Гаєтана Аньєзі, жінка-професорка математики, крива Аньєзі, верзієра, узагальнені та споріднені криві, застосування кривої Аньєзі, цікаві факти.

MSC2010 ,

УДК

1 Вступ

Марія Гаєтана Аньєзі, видатна італійська жінка-математик XVIII століття, займає особливе місце в становленні та розвитку математичної науки й освіти. Її внесок не тільки вражає, але й надихає. Найвідоміша праця Марії «*Instituzioni analitiche ad uso della gioventù italiana*» (англ. «*Analytical Institutions*») (Agnesi, 1748) стала основою для вивчення алгебри, аналітичної геометрії, диференціального та інтегрального числення. Написана для італійської молоді та студентів, ця книга, як і низка інших її підручників з детальними поясненнями та геометричними ілюстраціями, набула широкої популярності, була перекладена кількома європейськими мовами й здобула визнання у математичних колах. У цій праці вперше було наведено доведення того, що будь-яке кубічне рівняння має рівно три корені в множині комплексних чисел, а також досліджено криву, яка згодом отримала назву "локон Аньєзі". Марія Аньєзі була ініціаторкою в сфері математичної освіти, пропагуючи доступність знань для всіх, і доклала чимало зусиль до підвищення рівня освіти та підтримки жінок у науці.

2 Життя та діяльність Марії Аньєзі (1718–1799)



Марія Гаєтана Аньєзі

Марія Гаєтана Аньєзі народилася 16 травня 1718 року в Мілані, в заможній і впливовій родині. Її батько, П'єтро Аньєзі, був професором математики в Болонському університеті, людиною з широкими академічними інтересами, а також торгівцем шовком (Wikipedia, 2025). Він зібрав навколо себе інтелектуальне товариство Мілана, яке створило сприятливе середовище для розвитку своїх дітей. П'єтро Аньєзі був прогресивним батьком і заохочував своїх дітей, особливо Марію, до навчання та інтелектуальних дискусій (Mazzotti & Agnesi, 2001). Марія була однією з 21 дитини (достеменно невідома кількість дітей у родині — в різних джерелах зазначається від 21 до 23 дітей), народжених від трьох шлюбів її батька. Вже з раннього дитинства вона виявила надзвичайні здібності. У віці п'яти років вона розмовляла французькою, а до одинадцяти років володіла грецькою, івритом, іспанською, німецькою та латинською мовами, за що отримала прізвисько "семимовний оракул" (Alic, 1986). У віці дев'яти років Марія виступала з промовою латиною, захищаючи право жінок на освіту. У віці дванадцяти років Аньєзі захворіла на таємничу хворобу, яку пов'язували з її надмірним навчанням, і їй призначили енергійні танці та верхову їзду. Це лікування не допомогло, оскільки в неї почалися сильні судоми, після

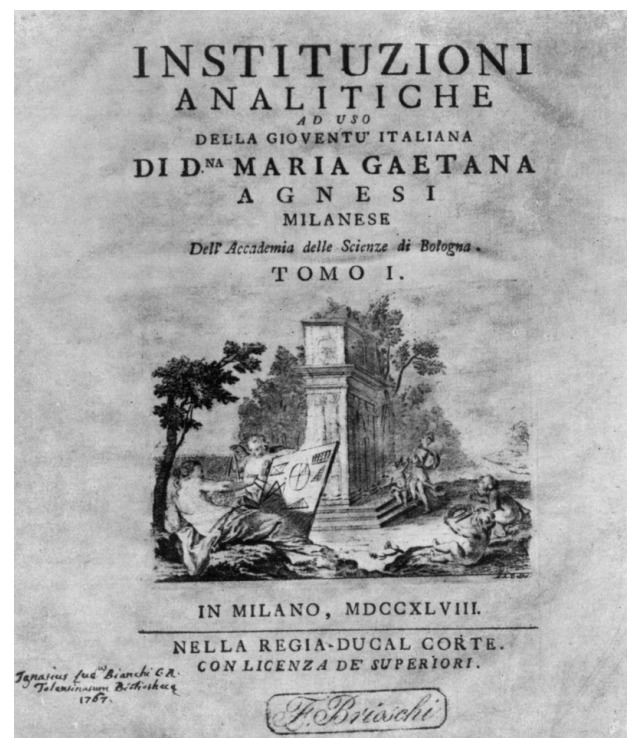
чого її заохочували до поміркованості. У чотирнадцять років вона вивчала балістику та геометрію (St Paul's Girls' School, 2025). Коли дівчині виповнилось 15 років, її батько, П'єтро, організовував у їхньому домі регулярні зібрання, відомі як «Академія Аньєзі», де юна Марія брала участь у філософських і математичних дискусіях із видатними вченими свого часу. Ці дебати були важливим етапом у формуванні її критичного мислення та наукового світогляду (Alic, 1986). Записи цих зустрічей наведено у праці Шарля де Броссеса «Листи про Італію» та у праці «Філософські пропозиції», яку її батько опублікував у 1738 році як звіт про її випускний виступ, де вона захистила 190 дискусій. Марія була дуже сором'язливою за своєю натурою, і не любила ці зустрічі (St Paul's Girls' School, 2025).

Наукова діяльність Марії Гаєтани Аньєзі зосереджувалася переважно на математиці, хоча вона також мала глибокі знання в інших галузях, зокрема у філософії та богослов'ї. Її найвизначнішою роботою є «Основи аналізу для італійської молоді» (англ. *Instituzioni analitiche ad uso della gioventù italiana*), яка була опублікована в 1748 році. Праця більш відома у світі як «Основи аналізу» (англ. *Instituzioni analitiche*). Цей двотомний трактат обсягом понад 1000 сторінок став першим комплексним підручником з інтегрального та диференціального числення. Метою Аньєзі було зробити складні математичні перетворення доступними ширшому колу студентів, особливо тим, хто не мав можливості навчатися в університетах (Agnesi, 1748). Ця книга була написана італійською мовою, що стало нововведенням для того часу, коли більшість наукових праць писали латиною і вони були доступні лише вузькому колу вчених.

«Основи аналізу» розділені на **чотири основні** частини:

- перша частина присвячена аналізу скінченних величин, включаючи алгебру та аналітичну геометрію;
- друга частина розглядає диференціальне числення;
- третя частина зосереджується на інтегральному численні;
- четверта частина присвячена теорії диференціальних рівнянь (Kennedy, 1969).

Особливістю цього підручника було те, що Аньєзі не лише систематизувала



Титульна сторінка книги «Основи аналізу» (*Instituzioni analitiche*)

знання, але й надавала власні оригінальні пояснення та приклади. Вона доклала багато зусиль, щоб зробити матеріал інтуїтивно зрозумілим, використовуючи численні ілюстрації та детальні пояснення. У ній, серед іншого, міститься доведення того, що будь-яке кубічне рівняння має рівно три корені (включаючи комплексні). Також у цій праці було досліджено криву, яка отримала назву “*versiera Agnesi*” (укр. *локон Аньєзі*). Ця праця швидко здобула визнання: її переклали французькою (1775) та англійською (1801), а математик Жозеф Луї Лагранж рекомендував другий том як найкраще джерело для вивчення диференціального числення. Крім того, Марія надавала перевагу символам Лейбніца над британськими флюксіями, що сприяло модернізації математичної мови ([EBSCO](#), 2022).

У 1750 році, після хвороби батька, Папа Бенедикт XIV призначив Марію Аньєзі завідувачкою кафедри математики, природничої філософії та фізики в Болоньї, хоча вона ніколи там не служила. Вона стала другою жінкою, якій коли-небудь було надано посаду професора в університеті (першою була Лаура Бассі, також італійка). У 1751 році Марія знову захворіла, і лікарі заборонили їй займатися науковою діяльністю. Після смерті батька в 1752 році вона присвятила себе вивченню теології та допомагала бідним, бездомним та хворим. Вона займалася благодійністю: роздавала власні подарунки та майно, а також залучала до такої діяльності знатних італійців, щоб продовжувати допомагати нужденним. У 1783 році вона заснувала та стала директоркою “Opera Pia Trivulzio”, будинку для літніх людей Мілана, де жила, як і черниці цього закладу. 9 січня 1799 року Марія Аньєзі померла та була похована в братській могилі для бідних разом з п’ятнадцятьма іншими людьми ([Wikipedia](#), 2025).

Спадщина Марії Гаєтани Аньєзі продовжується й сьогодні. Її роботи досі вивчають та захоплюються ними, а в 1996 році астероїд “16765 Agnesi” було названо на її честь. На Венері також є кратер, названий на честь Аньєзі. А крива, яку вона детально досліджувала в своїх роботах, дістала назву “*Крива Аньєзі*”, “*Верзієра Аньєзі*” або “*Відьма Аньєзі*” ([Unlu](#), 1995). Таким чином, дослідження внеску Марії Аньєзі в математику не лише висвітлює її геній, але й підкреслює важливість жінок у науці, які, незважаючи на численні перешкоди, змогли змінити обличчя математики. Вона стала першою жінкою, що написала підручник з математики під своїм ім’ям та залишила яскравий приклад поєднання інтелектуального життя, віри та альтруїзму — цінностей, які продовжують надихати сучасників.

3 Верзієра Аньєзі

Локон Аньєзі — математична краса в алгебраїчній кривій. Розглянемо просту й водночас дуже елегантну функцію, задану рівнянням:

$$y = \frac{a^3}{x^2 + a^2}, \quad a > 0. \quad (1)$$

Функція визначена на всій числовій прямій $\mathbb{R}$, є неперервною, нескінченно диференційованою та інтегрованою. Вона дуже зручна для користування як приклад для дослідження монотонності, екстремумів, опуклості, а також для застосування методів диференціальної геометрії — при обчисленні кривизни, закрученості та інших геометричних характеристик. Її також часто використовують у прикладах на збіжність та застосування невластних інтегралів. У теорії ймовірностей вона слугує щільністю розподілу закону Коші (закон $\arctan$) (Siegrist, 2022). Певне узагальнення верз'єри природно і красиво із зрозумілою геометричною інтерпретацією застосовується для представлення незвичайної δ -функції Дірака.

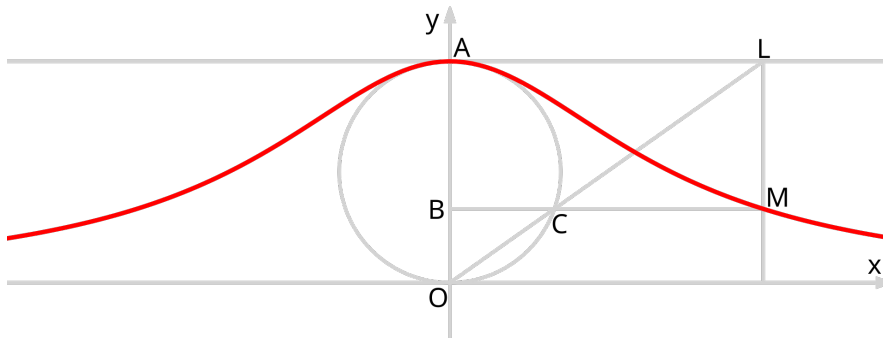


Рис. 1: Верз'єра Ан'єзі (коло).

В прямокутній декартовій системі координат XOY (рис. 1) розглянемо $OA \subset OY$ — діаметр кола, і прямі $y = a$ та рухому січну OL , яка перетинає коло в точці C , а пряму $y = a$ — у точці L . Через точку C проведемо пряму, паралельну до осі OX , яка перетинає OA у точці B . Через точку L проведемо пряму, перпендикулярну до осі OX . Позначимо через M точку перетину цих двох останніх прямих. Точка $M(x, y)$ є рухомою і визначає криву Ан'єзі, при цьому виконується співвідношення:

$$\frac{OA}{OB} = \frac{BM}{BC}. \quad (2)$$

Виведемо тепер класичне рівняння верз'єри Ан'єзі (рис. 1). Відмітимо, що рухома точка $M(x, y)$ приймає участь у двох рухах: по-перше, по координаті x , її положення залежить від руху точки $L(x, a)$ — як точки, що знаходиться на нерухомій прямій $y = a$ і в той же час на рухомій січній OL , при $-\infty < x < +\infty$. По-друге, по координаті y рух точки $M(x, y)$ пов'язаний з рухом точки $C(x_c, y)$ по утворюючому криву колу, відмітимо що точка C лежить і на рухомій січній OL . Тому, виходячи з того що і точка C , і точка L лежать на одній прямій або із подібності $\triangle OAL \sim \triangle OBC$, маємо перше рівняння:

$$\frac{y}{x_c} = \frac{a}{x}, \quad x_c = \frac{xy}{a}. \quad (3)$$

Далі, використаємо той факт, що $C(x_c, y)$ лежить на колі, тому її координати

задовольняють рівняння кола, а саме рівняння:

$$x_c^2 + \left(y_c - \frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4}. \quad (4)$$

Підставляючи в рівняння (4) $x_c = \frac{xy}{a}$ та $y_c = y$, маємо:

$$\frac{x^2 y^2}{a^2} + \left(y - \frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4} = y(x^2 + a^2) = a^3. \quad (5)$$

З рівняння (5) випливає:

$$y = \frac{a^3}{x^2 + a^2}. \quad (6)$$

Відмітимо, що якщо позначити $d = 2r = a$ — діаметр основного кола, то тоді це рівняння (6) можна записати наступним чином:

$$y = \frac{d^3}{x^2 + d^2}, \quad (7)$$

а якщо за основне коло взяти $x^2 + (y - a)^2 = a^2$, тоді рівняння AL буде $y = 2a$, $d = 2a$ та відповідне рівняння верзєри набуде наступного вигляду:

$$y = \frac{8a^3}{x^2 + 4a^2}, \quad (8)$$

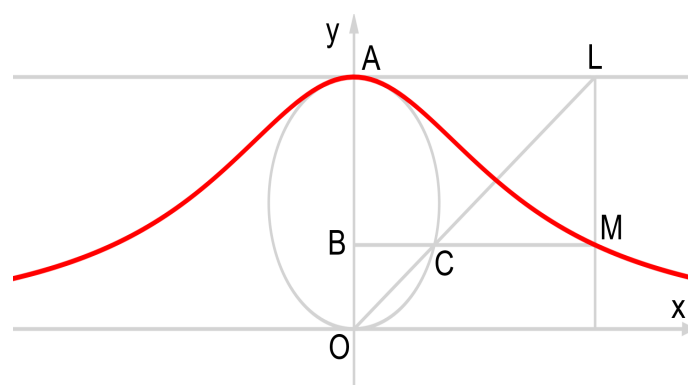


Рис. 2: Верзєра Аньєзі (еліпс).

Якщо замість кола взяти еліпс (рис. 2), то такі ж самі дії, як і при отриманні основного рівняння верзєри, приводять до рівняння:

$$y = \frac{4ab^2}{x^2 + 4b^2}, \quad (9)$$

де $\frac{x^2}{b^2} + \frac{\left(y - \frac{a}{2}\right)^2}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = 1$ — є рівнянням цього еліпса. Тоді рівняння (9) співпадає

з основним рівнянням (6) верзєри Аньєзі при $b = \frac{a}{2}$.

Зауваження. Форма рівняння (9) має одне дуже цікаве застосування — вона дає можливість природно представити **δ -функцію Дірака** (Bilyi, Bilyi, & Marchuk, 2022).

$$\delta(x) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} \infty, & x = 0 \\ 0, & x \neq 0 \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1, \end{cases} \quad (10)$$

де $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1$ — умова нормування. Дійсно, із умови нормування:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{4ab^2}{x^2 + 4b^2} dx = 4ab^2 \frac{1}{2b} \arctan \frac{x}{2b} \Big|_{-\infty}^{\infty} = 1, \quad (11)$$

випливає, $a = \frac{1}{2\pi b}$, тобто $y = \frac{2b}{\pi(x^2 + 4b^2)} = \frac{B}{\pi(x^2 + 4b^2)}$, де $B = 2b$ — мала вісь еліпса. Це і є деяке узагальнення рівняння верзєри, нормоване під δ -функцію Дірака. Ясно, що при $b \rightarrow 0 \Rightarrow a \rightarrow \infty$ і форма верзєри природно, і графічно наближається до форми $\delta(x)$. Таким чином, взявши $B = \frac{1}{n}$, маємо:

$$\delta(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\pi(n^2 x^2 + 1)}, \quad (12)$$

— класичне представлення Лоренца з використанням узагальненої верзєри Аньєзі, що природно і елегантно із зрозумілою геометрією представляє δ -функцію Дірака.

4 Узагальнені та споріднені криві

- якщо основне коло радіусом не $\frac{a}{2}$, а вдвічі більше, тобто $d = 2a$, то відповідне рівняння верзєри набуде вигляду (8);
- візєра Пеано (супровідна цисоїди): якщо точка M всередині відрізка CL описує криву, то вона має рівняння: $(2y - a)(x^2 + y^2) = ay^2$;
- "Яйце Гренвіля": крива четвертого порядку, що складається з локона Аньєзі та доданої до нього прямої, яка збігається з віссю абсцис;

- псевдоверзієра (також Псевдо-локон): крива, утворена подвоєнням ординат локона Аньєзі: $y = \frac{2a^3}{x^2 + a^2}$;
- узагальнена верзієра, коли замість основного кола беремо еліпс, витягнутий вздовж осі OY з малою віссю $2b$ та великою віссю a . При цьому рівняння кривої має вигляд (9);
- аньєзіана — пряма $AL \perp OA$ займає довільне положення $y = b$, тоді: $y(b^2 + x^2) = ab^2$;
- агвінея Ньютона: пряма AL і початок O займають довільне положення.

5 Цікаві факти

1. через помилку перекладача Джона Колсона слово "*versiera*" (з італійської — *завиток, локон, канат*) було помилково перекладено як "*witch*" (укр. *відьма*). Через це в англomовній літературі крива отримала назву "*Witch of Agnesi*";
2. на честь Марії Аньєзі названо кратер на Венері та астероїд "*16765 Agnesi*";
3. в теорії ймовірностей з урахуванням умови нормування, верзієра слугує щільністю розподілу закону Коші;
4. узагальнена верзієра, коли замість основного кола беремо відповідний еліпс, природно і елегантно із зрозумілою геометрією застосовується як **представлення Лоренца δ -функції Дірака**;
5. завдяки плавному вигину локона Аньєзі, геометрія цієї кривої була використана у проектуванні злітно-посадкової рампи авіаносця;
6. з точки зору прикладної математики, саме крива Аньєзі стала полем для експерименту, завдяки якому був виявлений **ефект Рунге** ([Wikipedia, 2025](#)). Він складається з необмеженого збільшення похибки наближення деяких ліній кривої за допомогою інтерполяційних многочленів при збільшенні їх ступеня.

6 Висновки

Марія Аньєзі, видатна італійська жінка-математик XVIII століття, залишила помітний слід у світі математики. Її праці з диференціального та інтегрального числення стали основою для підвищення рівня математичної освіти та заклали

фундамент для подальших досліджень. Вона була однією з перших жінок, які зробили значний внесок у науку, і доробок якої являється актуальним і зараз. Її зусилля в підтримці жінок у науці та доступності знань для всіх є прикладом для наслідування. А крива Аньєзі, яка має унікальні властивості і цілу низку корисних застосувань у науці та техніці, і донині викликає подив та захоплення у всіх дослідників. Відзначимо також достойну поваги та захоплення її діяльність у сфері допомоги бідним і знедоленим та благодійності.

На завершення автори висловлюють щире подяку І.С. Ласкіну за допомогу в оформленні статті.

References

- Agnesi, M. G. (1748). *Instituzioni analitiche ad uso della gioventù italiana*. Milano: Nella Regia Ducal Corte.
https://archive.org/details/bub_gb_xDF_ksE24HUC/page/n3/mode/2up
- Wikipedia (2025). *Maria Gaetana Agnesi*.
https://en.wikipedia.org/wiki/Maria_Gaetana_Agnesi
- Mazzotti, M., & Agnesi, M.G. (2001). *Mathematics and the Making of the Catholic Enlightenment*. The University of Chicago Press. *Isis*, 92(4), 657–683.
<https://www.journals.uchicago.edu/doi/abs/10.1086/385354>
- Alic, M. (1986). *Hypatia's Heritage: A History of Women in Science from Antiquity Through the Nineteenth Century*. Boston: Beacon Press.
<https://csigenderandscience.wordpress.com/wp-content/uploads/2014/01/alice-hypatiasheritage.pdf>
- St Paul's Girls' School. (2025). *Maria Gaetana Agnesi*.
<https://spgs.org/ipaulina/maria-gaetana-agnesi/>
- Kennedy, H. (1969). *The witch of Agnesi—exorcised*. *Mathematics Teacher*, 62, 480–482.
- EBSCO. (2022). *Maria Gaetana Agnesi*.
<https://www.ebsco.com/research-starters/history/maria-gaetana-agnesi>
- Unlu, E. (1995). *Maria Gaetana Agnesi – Biographies of Women Mathematicians*. Agnes Scott College.
<https://mathwomen.agnesscott.org/women/agnesi.htm>
- Siegrist, K. (2022). *Cauchy distribution*. The University of Alabama in Huntsville.
<https://stats.libretexts.org/>
- Bilyi, O.G., Bilyi, V.O., & Marchuk, V.V. (2022). *Dirac delta function. Main properties and applications*. *Mathematics in Modern Technical University*, 2022(1), 5–17.
- Wikipedia (2025). *Runge's phenomenon*.
https://en.wikipedia.org/wiki/Runge%27s_phenomenon

Moloshna, S.R., & Bilyi, O.G. (2025). *Witch of Agnesi*. Kyiv: National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”. *XIII Vseukrainska naukova konferentsiia molodykh matematykyv*, 183–184.

<https://matan.kpi.ua/media/2025/young-math-2025/young-math-2025-abstracts.pdf>

С.Р. Молошна¹, О.Г. Білий² (2025). Марія Гаєтана Аньєзі – видатна жінка-математик. *Mathematics in Modern Technical University*, 2025(2), 103–113.

Submitted: 2025-08-24

Accepted: 2025-09-30

S.R. Moloshna, O. G. Bilyi (2025). Maria Gaetana Agnesi – an outstanding woman mathematician. *Mathematics in Modern Technical University*, 2025(2), 103–113.

Abstract. The article examines the biography and creative work of an outstanding female mathematician from Italy, one of the first women to hold a professorship in mathematics. It traces her life path from early childhood to her death. Gifted in learning from an early age and supported by wealthy and influential parents, she demonstrated remarkable abilities in language studies, achieved significant success in mathematics and physics, and studied geometry, ballistics, theology, and philosophy. Her subsequent scholarly interests focused primarily on mathematics and mathematics education. Her major work, known worldwide as *Foundations of Analysis* and exceeding 1,000 pages in length, was published in Italian, quickly gained wide recognition, and was translated into French and English. In this textbook for Italian youth, for the first time, an analytical proof was provided showing that any cubic equation over the complex numbers has exactly three roots. The work also explored a curve that later became known as the *versiera of Agnesi* in recognition of her contributions. A description of this curve is given, its equation is derived, and some of its properties are discussed. The article also presents an analysis of several generalized and related curves connected with the versiera, along with some applications and noteworthy facts. Attention is also paid to Maria’s activities in the field of mathematics education and charity.

Keywords: Maria Gaetana Agnesi, female mathematics professor, Agnesi curve, versiera, generalized and related curves, applications of the Agnesi curve, interesting facts.